
DỰ BÁO VaR VÀ ES VỚI KHUNG THỜI GIAN DÀI NGÀY: ỨNG DỤNG VỚI THỊ TRƯỜNG VIỆT NAM

Lê Hải Trung
Học viện Ngân hàng
Email: trunglh@hvn.edu.vn

Mã bài: JED-1140
Ngày nhận: 06/03/2023
Ngày nhận bản sửa: 09/04/2023
Ngày duyệt đăng: 10/07/2023
DOI 10.33301/JED.VI.1140

Tóm tắt:

Nghiên cứu này đánh giá khả năng dự báo giá trị chịu rủi ro (VaR) và giá trị thiếu hụt dự kiến (ES) cho khung thời gian dài ngày đối với thị trường chứng khoán Việt Nam. Cụ thể, nghiên cứu so sánh dự báo VaR và ES với khung thời gian 10-ngày cho chỉ số VN-Index và HNX-Index tại hai mức phân vị phổ biến là 1% và 5% từ phương pháp phi tham số, bán tham số và tham số. Với các kiểm định đa dạng so sánh khả năng dự báo tuyệt đối và tương đối của các phương pháp, kết quả thực nghiệm cho thấy mô hình Gjr-Sge với giả định phân phối xác suất Skewed Generalized Error (SGE) cho chỉ số giá chứng khoán Việt Nam mang lại kết quả dự báo ổn định và tốt nhất ở khung thời gian 10-ngày. Nghiên cứu này nhấn mạnh việc ghi nhận tính không chuẩn trong phân phối xác suất tỷ lệ sinh lời của thị trường chứng khoán Việt Nam và giúp đề xuất mô hình đo lường phù hợp cho các tổ chức tài chính và nhà đầu tư khi tham gia vào thị trường chứng khoán Việt Nam.

Từ khóa: Giá trị chịu rủi ro, giá trị thua lỗ dự kiến, dự báo rủi ro.

Mã JEL: G17, C22, E47, G2.

Multi-day VaR and ES forecasts: An application to Vietnamese stock market

Abstract:

This paper compares the forecasting performance of multi-day Value at Risk (VaR) and Expected Shortfall (ES) from alternative approaches for financial returns in Vietnam. In particular, we examine the 10-day VaR and ES forecasts in both 1% and 5% quantile levels from non-parametric, semi-parametric, and parametric approaches for VN-Index and HNX-Index. Using a battery of backtesting techniques, our horseshoe indicates that the Gjr-Sge model with the assumption of the Skewed Generalized Error conditional distribution consistently and significantly outperforms other methods in both quantiles and indices. Our findings highlight the role of non-normality in the return distribution in the multi-day VaR and ES forecasts in Vietnam, which is of particular importance for practitioners and market participants.

Keywords: Value at risk, expected shortfall, backtesting, risk measurement.

JEL Codes: G17, C22, E47, G2.

1. Giới thiệu

Khủng hoảng tài chính toàn cầu 2007-2009 và đại dịch Covid-19 cho thấy tầm quan trọng của việc dự báo chính xác rủi ro đuôi (tail risk) trong tỷ lệ sinh lời của tài sản khi biến động mạnh của thị trường mang tới những mức thua lỗ lớn cao hơn nhiều thông thường. Tuy vậy, phần lớn các mô hình tập trung dự báo giá trị chịu rủi ro (Value at Risk – VaR), mặc dù giá trị này có những nhược điểm về tính cộng dồn cũng như không đưa ra đánh giá cụ thể về mức thua lỗ tiềm năng đối với rủi ro thị trường. Trong quy định về vốn yêu cầu với rủi ro thị trường của Basel (2019), giá trị tổn thất dự kiến (Expected Shortfall – ES) đã được sử dụng để thay thế VaR trong việc tính toán mức độ yêu cầu vốn. Tuy vậy, chưa nhiều các nghiên cứu thực hiện đo lường và kiểm định tính phù hợp của các mô hình dự báo ES do sự khó khăn trong việc ước lượng và kiểm định (Gneiting, 2011). Bên cạnh đó, các nghiên cứu hiện tại chủ yếu đánh giá khả năng dự báo rủi ro với khung thời gian 1 ngày. Engle (2011) chỉ ra rằng 1 ngày là không đủ để cảnh báo sớm các tổ chức tài chính do vị thế rủi ro lớn. Brownlees & cộng sự (2011) nhấn mạnh, nguyên nhân chính của cuộc khủng hoảng tài chính toàn cầu là do khả năng dự báo của các mô hình rủi ro không tốt ở các khung thời gian dài hơn 1 ngày.

Trong nghiên cứu này, tác giả so sánh khả năng dự báo VaR và ES cho thị trường chứng khoán Việt Nam với khung thời gian dài hơn 1 ngày. Cụ thể, tác giả thực hiện dự báo VaR và ES cho khung thời gian 10 ngày, khung thời gian cơ sở được quy định bởi hiệp ước Basel cho rủi ro thị trường, với các phương pháp và mức phân vị khác nhau. Việc sử dụng đa dạng các kiểm định tính tuyệt đối và tương đối của các dự báo cho phép đánh giá đa dạng và toàn diện về sự hiệu quả của các mô hình rủi ro. Theo hiểu biết của tác giả, đây là nghiên cứu đầu tiên về việc dự báo đồng thời cả VaR và ES cho khung thời gian dài hơn 1 ngày đối với thị trường Việt Nam.

2. Tổng quan nghiên cứu

2.1. Dự báo giá trị chịu rủi ro và giá trị thua lỗ dự kiến

VaR được định nghĩa là mức độ tổn thất tối đa đối với một tài sản/danh mục tài sản trong một khung thời gian tương lai với một độ tin cậy nhất định. VaR được sử dụng để tính toán giá trị vốn tối thiểu yêu cầu nắm giữ của các tổ chức tài chính đối với rủi ro thị trường theo các hiệp ước vốn Basel. Các phương pháp dự báo VaR có thể chia thành ba nhóm tiếp cận chính: (i) Phương pháp phi tham số (non-parametric); (ii) phương pháp ước lượng tham số (parametric) và (iii) Phương pháp bán tham số (semi-parametric).

Phương pháp mô phỏng lịch sử là phương pháp phi tham số đơn giản nhất nhưng được sử dụng nhiều nhất trên thực tế bởi các ngân hàng (Berkowitz, Christoffersen, & Pelletier, 2011). Tuy nhiên, phương pháp này có nhược điểm là phụ thuộc vào độ dài của cửa sổ ước lượng và ít nhạy cảm với các biến động của thị trường (Nieto & Ruiz, 2016). Đối với phương pháp ước lượng tham số, tỷ lệ sinh lời được giả định tuân theo một phân phối xác suất nhất định. Dựa trên các ước lượng tham số của phân phối xác suất, VaR được xác định là giá trị phân vị tương ứng với độ tin cậy lựa chọn. Nhóm mô hình GARCH (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity) của Bollerslev (1987) là phương pháp ước lượng tham số phổ biến nhất. Tuy nhiên, nhược điểm của phương pháp này là nhạy cảm đối với lựa chọn phân phối xác suất có điều kiện phù hợp. Cuối cùng, phương pháp bán tham số là nhóm mô hình ước lượng trực tiếp giá trị VaR dựa trên hồi quy phân vị của Koenker & Bassett (1978), trong đó phổ biến nhất là mô hình tự hồi quy phân vị (CAViaR) được đề xuất bởi Engle & Manganelli (2004). Ưu điểm chính của mô hình phi tham số là không cần giả định về phân phối xác suất có điều kiện của tỷ lệ sinh lời tài sản.

Bên cạnh VaR, ES thu hút được nhiều sự quan tâm trong thời gian gần đây khi sẽ được sử dụng thay thế VaR trong hiệp ước vốn Basel III (Basel, 2019). ES cho biết giá trị thua lỗ kỳ vọng đối với một tài sản/danh mục nếu mức thua lỗ vượt quá giá trị VaR trong một khung thời gian tương lai với một độ tin cậy nhất định. Tuy nhiên, khác với VaR, các nghiên cứu về phương pháp dự báo ES không có nhiều bởi thiếu các phương trình sai biệt (loss function) mục tiêu cho việc ước lượng (Gneiting, 2011). Các nghiên cứu trước đây thường tiếp cận theo hai cách. Thứ nhất, ước lượng ES là giá trị bình quân của rất nhiều các ước lượng VaR với các độ tin cậy liên tục ở một phân vị đuôi của phân phối xác suất (Novales & Garcia-Jorcano, 2018). Thứ hai, ước lượng đồng thời VaR và ES theo phương pháp bán tham số với các phương trình sai biệt đồng thời cho VaR và ES (ví dụ, Taylor, 2019; Trung, 2020) hoặc kết hợp lý thuyết cực trị (extreme value theory) với phương trình hồi quy phân vị (ví dụ, Engle & Manganelli, 2004).

2.2. Dự báo rủi ro với khung thời gian dài

Phần lớn các nghiên cứu hiện tại tập trung vào khả năng dự báo VaR và ES với khung thời gian 1 ngày. Ví dụ, Slim & cộng sự (2017) nhấn mạnh việc ghi nhận tính không chuẩn của phân phối xác suất trong dự báo VaR của các thị trường chứng khoán thế giới. Jiang & cộng sự (2022) chỉ ra rằng mô hình GARCH tự hồi quy điểm (autoregressive score) cho khả năng dự báo VaR phù hợp với biến động của các đồng tiền mã hóa. Tương tự, Trung & Trang (2020) cho thấy rằng mô hình GARCH với phân phối SGE cho dự báo VaR tốt nhất ở khung thời gian 1 ngày.

Tuy nhiên, Engle (2011) chỉ ra rằng mức cảnh báo sớm này là không đủ do các tổ chức tài chính không thể thoát lui khỏi các vị thế nắm giữ trong thời gian ngắn như vậy do danh mục nắm giữ có quy mô lớn và tính liên kết phức tạp. Việc đưa ra các dự báo rủi ro tốt ở các khung thời gian dài được nhấn mạnh ở hiệp ước vốn Basel II và Basel III khi khung thời gian cơ sở cho dự báo VaR và ES được quy định mức 10 ngày với giả định đây là khung thời gian tối thiểu để các tổ chức tài chính thoát lui khỏi các vị thế rủi ro mà không gây ảnh hưởng lớn. Nghiên cứu của Neuberger (2012) và Fama & French (2018) đều chỉ ra rằng, phân phối xác suất của tỷ lệ sinh lời tài sản ở khung thời gian dài hơn khó lượng hóa hơn so với khung thời gian 1 ngày do phản ứng khác nhau của các bên liên quan với các khung thời gian nắm giữ kỳ vọng khác nhau cho vị thế/danh mục của mình. Do đó, các mô hình dự báo rủi ro tốt cho khung thời gian 1 ngày cũng chưa chắc đã cho kết quả dự báo tốt tương ứng ở khung thời gian dài hơn.

Các nghiên cứu không nhiều so sánh khả năng dự báo của các phương pháp đo lường VaR và ES với khung thời gian dài hơn 1 ngày cũng chưa đưa ra kết luận thống nhất. Degiannakis & Potamia (2017) chỉ ra rằng mô hình tham số với phân phối xác suất không chuẩn cho dự báo VaR với khung thời dài tốt hơn so với các mô hình khác. Trung (2020) so sánh chi tiết hơn với các phương pháp khác nhau và chỉ ra rằng mô hình phi tham số kết hợp với phương pháp ước lượng tần suất hỗn hợp (Mixed Data Sampling – MIDAS) cho dự báo VaR và ES tốt nhất cho khung thời gian dài. Theo hiểu biết của tác giả, chưa có nghiên cứu nào đồng thời dự báo VaR và ES với khung thời gian dài hơn 1 ngày cho Việt Nam và đây là đóng góp quan trọng nhất của nghiên cứu này.

3. Phương pháp nghiên cứu

3.1. Các mô hình dự báo VaR và ES

Gọi $r_t = \ln(P_t/P_{t-1})$ là tỷ lệ sinh lời của tài sản với P_t là giá đóng cửa của tài sản tại ngày t . Tỷ lệ sinh lời với khung thời gian h -ngày được xác định là $r_{t+1,h}$. $VaR_\alpha(r_{t+1,h})$ là giá trị ước lượng VaR của $r_{t+1,h}$ với độ tin cậy $(1-\alpha)$ được dự báo từ các thông tin tại cuối ngày t , thỏa mãn điều kiện sau:

$$F^{-1}[r_{t+1,h} < VaR_\alpha(r_{t+1,h})] = \alpha \quad (1)$$

Với $F^{-1}(\cdot)$ là hàm xác suất đảo nghịch của phân phối xác suất $r_{t+1,h}$. Trên cơ sở đó, $ES_\alpha(r_{t+1,h})$ là giá trị ES của $r_{t+1,h}$ với độ tin cậy $(1-\alpha)$ có thể được xác định là:

$$ES_\alpha(r_{t+1,h}) = E[r_{t+1,h} | r_{t+1,h} < VaR_\alpha(r_{t+1,h})] \quad (2)$$

Ở nghiên cứu này, tác giả lựa chọn khung thời gian 10 ngày cho hai mức phân vị phổ biến là 1% và 5%. Khoảng thời gian 10 ngày là khung thời gian cơ sở được quy định bởi hiệp ước Basel cho tính toán giá trị an toàn vốn tối thiểu cho rủi ro thị trường.

3.1.1. Phương pháp phi tham số

Đối với phương pháp phi tham số, tác giả sử dụng mô hình mô phỏng lịch sử dựa trên các quan sát thực tế của chuỗi dữ kiện lịch sử. Cụ thể, tại ngày t , với dữ kiện lịch sử của giá đóng cửa tài sản trong T ngày quá khứ, giá trị VaR và ES có thể được xác định như sau:

$$VaR_\alpha(r_{t+1,h}) = \hat{r}_\alpha | \{r_{i,h}\}_{t-T}^t \quad (3)$$

$$ES_\alpha(r_{t+1,h}) = \frac{1}{\alpha S} \sum_{i=1}^S r_{i,h} I(r_{i,h} < VaR) \quad (4)$$

Trong đó, $r_{i,h}$ là các quan sát tỷ lệ sinh lời với khung thời gian h -ngày không trùng lặp (non-overlapping). $S = T/h$ là số quan sát $r_{i,h}$ trong T ngày quá khứ, $I(\cdot)$ là phương trình chỉ báo và là giá trị xếp thứ $(100 \times \alpha)$ của chuỗi $r_{i,h}$ xếp hạng từ thấp nhất đến cao nhất.

3.1.2. Phương pháp bán tham số

Phương pháp bán tham số dựa trên hồi quy phân vị để ước lượng trực tiếp giá trị VaR và ES. Ở nghiên cứu này, tác giả sử dụng các mô hình hồi quy phân vị như sau:

(i) Mô hình CAViaR của Engle & Manganelli (2004):

Mô hình cân bằng (Symmetric Absolute Value: CAV-SAV):

$$VaR_{\alpha}(r_{t+1,h}) = \beta_0 + \beta_1 VaR_{\alpha}(r_{t-h+1,h}) + \beta_2 |r_{t-h+1,h}| \quad (5)$$

Mô hình phi cân bằng (Asymmetric Absolute Value: CAV-AS):

$$VaR_{\alpha}(r_{t+1,h}) = \beta_0 + \beta_1 VaR_{\alpha}(r_{t-h+1,h}) + \beta_2^{-} I_{(r_{t-h+1,h} < 0)} |r_{t-h+1,h}| + \beta_2^{+} I_{(r_{t-h+1,h} > 0)} |r_{t-h+1,h}| \quad (6)$$

Mô hình CAViaR lượng hóa giá trị VaR theo biến thiên tự hồi quy (autoregressive process) dựa trên ước lượng VaR trong quá khứ, $VaR_{\alpha}(r_{t-h+1,h})$, và các quan sát tỷ lệ sinh lời tuyệt đối ở chu kỳ gần nhất, $|r_{t-h+1,h}|$.

(ii) Mô hình tần suất hỗn hợp của Trung (2020):

Mô hình tần suất hỗn hợp cân bằng (Symmetric MIDAS – MIDAS-SAV):

$$VaR_{\alpha}(r_{t+1,h}) = \beta_0 + \beta_1 \sum_{d=1}^D \varphi_{d,\alpha}(\kappa_{d,\alpha}) |r_{t-d,1}| \quad (7)$$

Mô hình tần suất hỗn hợp phi cân bằng (Asymmetric MIDAS – MIDAS-AS):

$$VaR_{\alpha}(r_{t+1,h}) = \beta_0 + \beta_1^{-} \sum_{d=1}^D \varphi_{d,\alpha}(\kappa_{d,\alpha}) I_{(r_{t-d,1} < 0)} |r_{t-d,1}| + \beta_1^{+} \sum_{d=1}^D \varphi_{d,\alpha}(\kappa_{d,\alpha}) I_{(r_{t-d,1} > 0)} |r_{t-d,1}| \quad (8)$$

trong đó, $r_{t-d,1}$ là tỷ lệ sinh lời khung thời gian 1 ngày, với D quan sát gần nhất được sử dụng như biến dự báo giá trị VaR. $\varphi_{d,\alpha}(\cdot)$ là hàm trọng số (weighting function). Tác giả sử dụng hàm trọng số là hàm số Beta có tham số $\kappa_{d,\alpha}$ với $D = 100$ ngày. Tùy thuộc vào ước lượng $\kappa_{d,\alpha}$ mà trọng số áp dụng cho các quan sát quá khứ sẽ khác nhau (Ghysels & cộng sự, 2006). Trung (2020) chỉ ra rằng, trọng số của các biến trễ của tỷ lệ sinh lời sẽ giảm dần và không còn ý nghĩa sau khoảng 30-50 ngày. Do đó, lựa chọn độ trễ 100 ngày đảm bảo không bỏ sót thông tin từ các biến trễ có thể ảnh hưởng đến biến động của giá trị VaR ở các mức phân vị. Sự khác biệt của mô hình tần suất hỗn hợp so với mô hình CAViaR là mô hình này cho phép sử dụng trực tiếp các quan sát ở khung thời gian 1 ngày trong quá khứ để dự báo giá trị VaR cho tỷ lệ sinh lời ở khung thời gian dài hơn, thay vì chỉ sử dụng các quan sát ở cùng tần suất với khung thời gian dự báo.¹

Để ước lượng ES, tác giả sử dụng phương pháp đề xuất bởi Taylor (2019). Cụ thể, mối quan hệ của $VaR_{\alpha}(r_{t+1,h})$ và $ES_{\alpha}(r_{t+1,h})$ có thể được thể hiện như sau:

$$ES_{\alpha}(r_{t+1,h}) = [1 + \exp(\gamma)] VaR_{\alpha}(r_{t+1,h}) \quad (9)$$

Với tham số γ thể hiện mối quan hệ biến thiên của $VaR_{\alpha}(r_{t+1,h})$ và $ES_{\alpha}(r_{t+1,h})$, $1 + \exp(\gamma)$ là hàm exponential đảm bảo giá trị ES luôn thấp hơn giá trị VaR. Các tham số của mô hình phân vị và giá trị γ có thể được ước lượng bằng cách tối đa hóa phương trình phân phối xác suất Asymmetric Laplace như sau:

$$f(r_t) = \frac{1-\alpha}{\mu-ES_{\alpha}} \exp\left(-\frac{(r_t - VaR_{\alpha})(\alpha - I_{(r_t < VaR_{\alpha})})}{\alpha(\mu-ES_{\alpha})}\right) \quad (10)$$

3.1.3. Phương pháp tham số

Phương pháp tham số phổ biến nhất để ước lượng VaR và ES là mô hình GARCH của Bollerslev (1987). Ở nghiên cứu này, tác giả sử dụng mô hình GARCH (1,1) truyền thống và mô hình GJR-GARCH được phát triển bởi Glosten & cộng sự (1993) với việc tính tới phản ứng mạnh hơn của phương sai khi tỷ lệ sinh lời ở mức thua lỗ. Brownlees & cộng sự (2011) chỉ ra rằng mô hình GJR-GARCH cho kết quả dự báo phương sai của tỷ lệ sinh lời tài sản tài chính tốt hơn so với các biến thể khác của mô hình GARCH.

Phương trình giá trị bình quân

$$r_t = \mu + \varepsilon_t = \mu + \sigma_t z_t \quad (11)$$

Phương trình phương sai có điều kiện

$$\text{GARCH: } \sigma_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-1}^2 \quad (12)$$

$$\text{GJR-GARCH: } \sigma_t^2 = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_2 I_{(\varepsilon_{t-1} < 0)} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_3 \sigma_{t-1}^2 \quad (13)$$

Trong đó, $I(\cdot)$ là phương trình chỉ báo, $\varepsilon_t = \sigma_t z_t$ là phần dư của tỷ lệ sinh lời bình quân, thể hiện thông qua biến thiên của độ lệch chuẩn σ_t ; và z_t là phần dư chuẩn hóa, được giả định phân phối độc lập và tương đồng (independent and identical) theo phân phối xác suất f_z giả định. Ở nghiên cứu này, chúng tôi sử dụng 3 giả định về phân phối xác suất như sau.

Thứ nhất, giả định f_z là phân phối Student-t, $f_z \sim t(0,1,\nu)$, với ν là số bậc tự do. So với phân phối chuẩn, phân phối Student-t có độ nhọn thấp hơn, cho phép đo lường tốt hơn các quan sát ở hai đuôi của phân phối xác suất. Hai mô hình ứng với giả định này được ký hiệu là “*GARCH-Std*” và “*GJR-Std*”.

Thứ hai, giả định f_z là phân phối SGE (Skewed Generalized Error), được phát triển bởi Theodossiou (2015), $f_z \sim SGE(0,1, \lambda, \kappa)$. Giả định này cho phép phân phối xác suất tỷ lệ sinh lời có không cân xứng (có độ lệch khác 0) và độ nhọn linh hoạt (có thể cao hơn hoặc thấp hơn so với phân phối chuẩn). Trung & Trang (2020) chỉ ra rằng phân phối SGE cho kết quả dự báo VaR tốt hơn nhiều so với phân phối chuẩn và phân phối Student-t cho khung thời gian 1 ngày. Hai mô hình ứng với giả định này được ký hiệu là “*GARCH-Sge*” và “*GJR-Sge*”.

Để dự báo VaR và ES, tác giả sử dụng phương pháp mô phỏng dựa trên ước lượng tham số của phân phối xác suất có điều kiện tương tự như Trung (2020) như sau.

(i) Tại ngày t , tác giả lấy mẫu ngẫu nhiên có thay thế (*Bootstrapping with replacement*) 10 giá trị phần dư chuẩn hóa $\{z_1, z_2, \dots, z_h\}$ từ ước lượng của mô hình với quan sát của cửa sổ ước lượng đến ngày t . Các giá trị này lần lượt được lắp ngược trở lại phương trình (11)-(13) để tạo ra một chuỗi tỷ lệ sinh lời mô phỏng $\{r_{t+1}^*, r_{t+2}^*, \dots, r_{t+h}^*\}$, sau đó sử dụng để xác định tỷ lệ sinh lời mô phỏng ở khung thời gian h -ngày, .

(ii) Quá trình trên được lặp lại $B = 10,000$ lần để tạo ra 10,000 giá trị mô phỏng của $\{r_{t+1,h}^b\} = \{r_{t+1,h}^1, r_{t+1,h}^2, \dots, r_{t+1,h}^B\}$.

(iii) Giá trị VaR và ES tại phân vị α được xác định như sau:

$$VaR_\alpha^B(r_{t+1,h}) = \{r_{t+1,h}^b\}_{B\alpha} \quad (14)$$

$$ES_\alpha^B(r_{t+1,h}) = \frac{1}{B\alpha} \sum_{b=1}^{B\alpha} r_{t+1,h}^b I(r_{t+1,h}^b < VaR_\alpha^B(r_{t+1,h})) \quad (15)$$

với $\{r_{t+1,h}^b\}$ là giá trị thứ $B \times \alpha$ của chuỗi mô phỏng sau khi sắp xếp theo thứ tự từ thấp đến cao. Sau khi có dự báo cho $r_{t+1,h}$, chúng tôi trượt cửa sổ ước lượng đi 10 ngày, tính toán lại các tham số của mô hình và đưa ra dự báo cho ngày $r_{t+h+1,h}$ cho tới khi hết số quan sát.²

3.2. Hậu kiểm dự báo VaR và ES

Tác giả áp dụng hai phương pháp hậu kiểm (backtesting) để đánh giá dự báo VaR và ES. Thứ nhất, tác giả thực hiện các kiểm định tuyệt đối để đánh giá các dự báo VaR và ES so với giá trị phân vị lựa chọn. Thứ hai, nhóm thực hiện kiểm định tương đối để đánh giá sự sai lệch của dự báo đối với phân phối tỷ lệ sinh lời thực tế thông qua các phương trình sai biệt (loss functions).

3.2.1. Kiểm định tuyệt đối

Tác giả thực hiện hai kiểm định VaR phổ biến là kiểm định tỷ lệ vi phạm vô điều kiện (Unconditional coverage – UC) của Kupiec (1995) và kiểm định phân vị biến thiên (Dynamic quantile – DQ) của Engle & Manganelli (2004).

Kiểm định UC kiểm định giả thuyết rằng tỷ lệ vi phạm (số lần tỷ lệ sinh lời thực tế nhỏ hơn giá trị VaR) sẽ không khác biệt một cách có ý nghĩa thống kê so với giá trị phân vị lựa chọn. Ví dụ, tỷ lệ vi phạm của $VaR_{0,01}$ sẽ không khác biệt có ý nghĩa thống kê 1% số quan sát được dự báo. Kiểm định này được thực hiện dựa trên giá trị log-likelihood sau đây:

$$LR = 2[T_u \ln(T_u/(\alpha T)) + (T - T_u) \ln((T - T_u)/(T - \alpha T))] \quad (16)$$

Trong đó, T_u là số lần vi phạm, T là số quan sát dự báo. Giá trị LR sử dụng phân phối $\chi^2(1)$ để đánh giá mức độ ý nghĩa thống kê.

Kiểm định DQ dựa trên yêu cầu về tính độc lập theo thời gian của các vi phạm. Kiểm định DQ được xác định thông qua việc chuyển đổi các điểm vi phạm giá trị VaR của tập dự báo thành các chuỗi. Nếu các vi phạm VaR là độc lập thì giá trị của Hit_t sẽ có giá trị kỳ vọng có điều kiện và bất điều kiện là 0. Điều này được kiểm định thông qua việc hồi quy giá trị Hit_t với các quan sát trễ với 4 chu kỳ. Giá trị hệ số kiểm định được xác định như sau:

$$DQ = \frac{\hat{b}'X'XB'}{\alpha(1-\alpha)} \quad (17)$$

trong đó là các hệ số của phương trình hồi quy và hệ số DQ được kiểm định thông qua phân phối $\chi^2(7)$.

Để đánh giá dự báo ES, trước hết chúng tôi sử dụng kiểm định tính rời của McNeil & Frey (2000) (viết

tất, UES). Kiểm định này dựa trên giả định từ sai biệt chuẩn hóa của VaR và ES, . Nếu dự báo ES là chính xác thì giá trị kỳ vọng bình quân của là 0 (). Giả thuyết gốc này được đánh giá về mức độ ý nghĩa thống kê thông qua phương pháp mô phỏng trộn (Bootstrapping) với 10,000 lần thử.

Tương tự như với kiểm định VaR, các sai sót trong dự báo ES nên độc lập và không xảy ra liên tiếp trong một khoảng thời gian ngắn. Để kiểm định giả thuyết này, Patton & cộng sự (2019) sử dụng kiểm định DQ theo cấu trúc hồi quy (viết tắt, CES), tương tự như kiểm định DQ với VaR của Engle & Manganelli (2004). Các dự báo và tỷ lệ sinh lời thực tế ở tệp dữ liệu được chuyển đổi thành chuỗi . Nếu các dự báo ES là chính xác thì hồi quy chuỗi Hit_t^{ES} với giá trị của chính nó sẽ có hệ số ước lượng không có ý nghĩa thống kê.

3.2.2. Kiểm định tương đối

Kiểm định tuyệt đối cho chúng ta biết khả năng của dự báo VaR và ES về mặt thống kê với độ tin cậy lựa chọn. Tuy nhiên, các kiểm định này chưa cho thấy mô hình nào có khả năng dự báo tốt hơn toàn bộ phần phân vị đuôi của phân phối xác suất của tỷ lệ sinh lời. Do vậy, tác giả tiếp tục đánh giá tính phù hợp của dự báo VaR và ES thông qua so sánh các phương trình sai lệch.

Trước hết, tương tự như Giacomini & Komunjer (2005), phương trình phân vị làm phương trình sai lệch để đánh giá các dự báo VaR.

$$L_Q(VaR_t) = (r_t - VaR_t)[\alpha - I_{(r_t < VaR_t)}] \quad (18)$$

Tiếp theo, tác giả sử dụng phương trình sai lệch của Fissler & Ziegel (2015) để đồng thời đánh giá tính phù hợp của VaR và ES như sau:

$$L_{FZ}(VaR_t, ES_t) = (I_{(r_t < VaR_t)} - \alpha)VaR_t - I_{(r_t < VaR_t)}r_t + \frac{\exp(ES_t)}{1 + \exp(ES_t)}(ES_t - VaR_t + \frac{1}{\alpha}I_{(r_t < VaR_t)}(VaR_t - r_t) + \ln(\frac{2}{1 + \exp(ES_t)})) \quad (19)$$

Hai phương pháp có thể cho các dự báo tương tự về tính tuyệt đối nhưng phương pháp nào cho giá trị sai lệch thấp hơn sẽ được ưu tiên.

4. Kết quả thực nghiệm

4.1. Dữ liệu

Trong nghiên cứu này, tác giả sử dụng biến động giá đóng cửa của hai chỉ số chứng khoán Việt Nam là VN-Index và HNX-Index từ 03/01/2006 đến 30/01/2021 từ trang web Investing.com. Hình 1 thể hiện biến động chỉ số VN-Index và HNX-Index trong giai đoạn nghiên cứu. Ảnh hưởng của cuộc khủng hoảng tài chính toàn cầu năm 2007-2009 và diễn biến khó lường của Đại dịch Covid-19 được thể hiện khá rõ trên biểu đồ khi cả hai chỉ số chứng khoán suy giảm mạnh mẽ và biến động mạnh.

Hình 1: Biến động VN-Index và HNX-Index trong mẫu nghiên cứu



Nguồn: Tác giả tự tính toán từ dữ liệu tại Investing.com

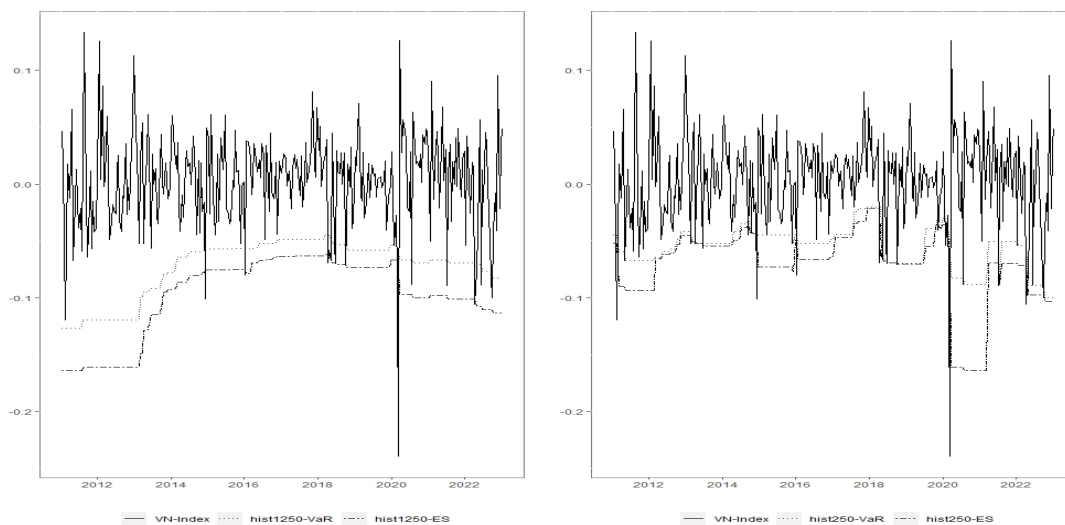
4.2. Kết quả dự báo VaR và ES

Để kiểm định khả năng dự báo VaR và ES cho khung thời gian dài, tác giả sử dụng phương pháp dự báo cửa sổ trượt (rolling windows). Cụ thể, tác giả sử dụng khung cửa sổ cố định bao gồm 1250 ngày để ước lượng tham số của các mô hình và thực hiện dự báo VaR và ES cho 10 ngày tiếp theo. Sau đó, tác giả di

chuyển tiếp 10 ngày, ước lượng lại toàn bộ mô hình và thực hiện dự báo VaR và ES cho 10 ngày tiếp theo. Việc dự báo được thực hiện tương tự cho tới khi hết số quan sát trong bộ dữ liệu. Tổng cộng có 300 và 296 dự báo VaR và ES cho khoảng thời gian 10 ngày cho VN-Index và HNX-Index.

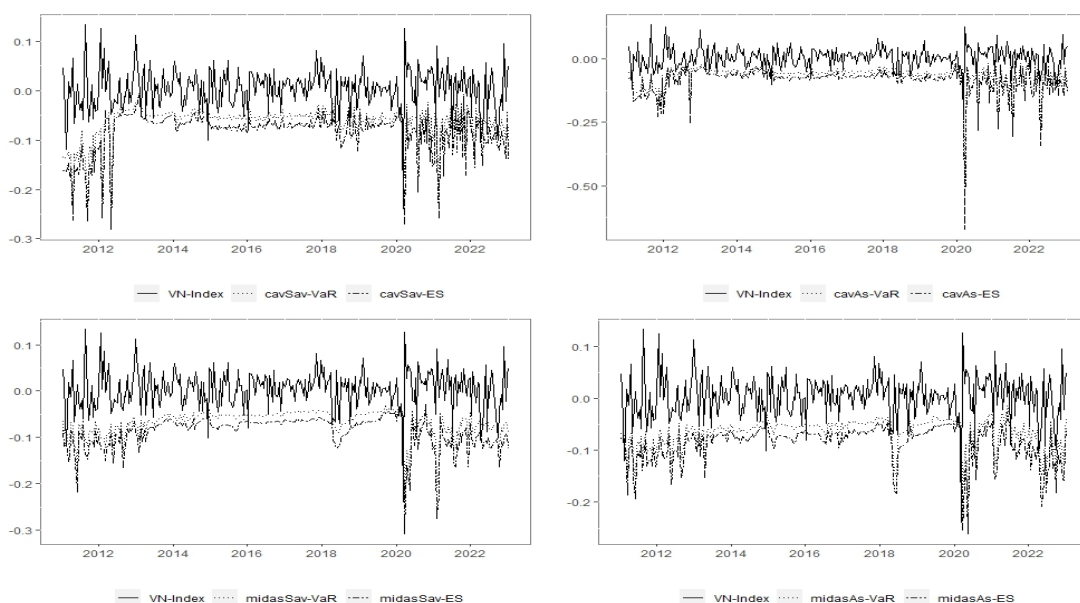
Hình 2 thể hiện ước lượng của mô hình mô phỏng lịch sử với hai độ dài của cửa sổ ước lượng là 250 ngày và 1250 ngày.³ Cửa sổ ước lượng 1250 tương đương với các mô hình khác để đảm bảo tính so sánh, trong khi cửa sổ ước lượng 250 ngày tương đương với độ dài tối thiểu theo quy định của ủy ban Basel để hậu kiểm giá trị VaR. Giống như kết quả của Nieto & Ruiz (2016), cửa sổ ước lượng ngắn giúp mô hình mô phỏng lịch sử phản ứng nhanh hơn với các biến động của thị trường. Tuy nhiên, ở cả hai mô hình thì dự báo VaR và ES đều bị ảnh hưởng đáng kể bởi các quan sát cực trị trong cửa sổ ước lượng và không bám sát phân phối thực tế của tỷ lệ sinh lời.

Hình 2: Dự báo VaR và ES cho khung thời gian 10 ngày với phương pháp phi tham số



Nguồn: Tính toán của tác giả

Hình 3: Dự báo VaR và ES cho khung thời gian 10 ngày với phương pháp bán tham số

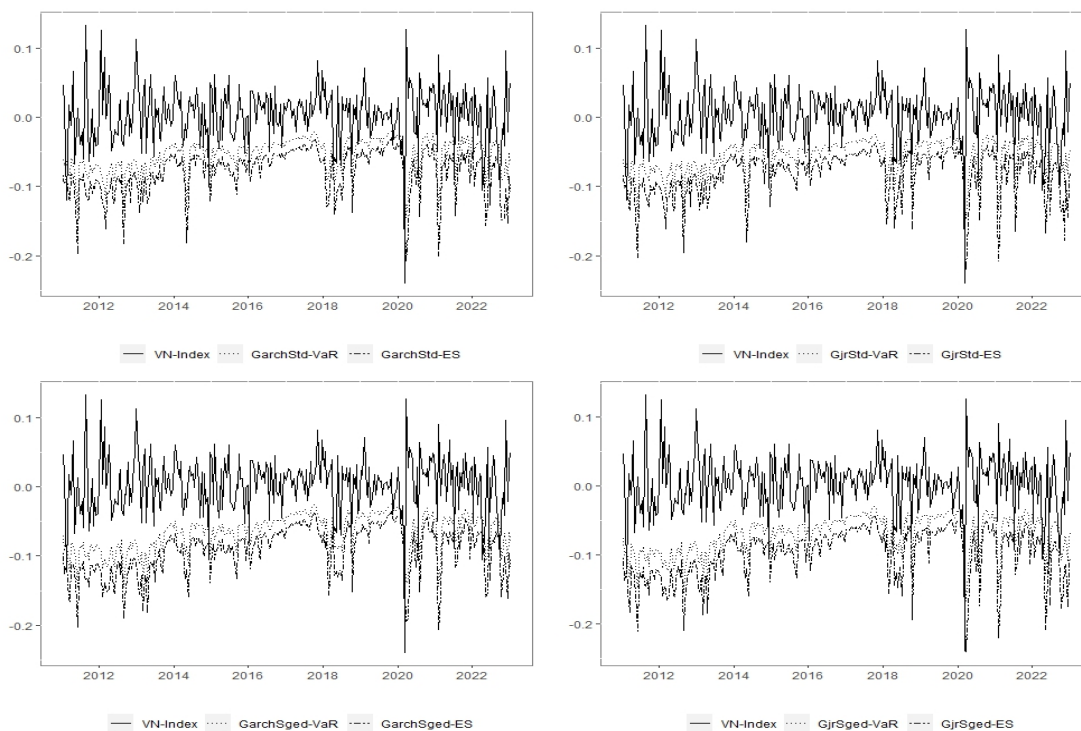


Nguồn: Tính toán của tác giả

Hình 3 thể hiện dự báo VaR và ES dựa trên phương pháp bán tham số. Có thể thấy, mô hình MIDAS-SAV và MIDAS-AS cho các ước lượng bám sát hơn với biến thiên của tỷ lệ sinh lời của VN-Index với khung thời gian 10-ngày. Điều này là do việc sử dụng hàm tham số linh hoạt cho phép trực tiếp sử dụng thông tin từ các tỷ lệ sinh lời với tần suất ngắn giúp các dự báo VaR bám sát hơn với biến động thị trường.

Hình 4 thể hiện dự báo VaR và ES với phương pháp tham số trình bày. Hai hình phía trên sử dụng giả định phân phối xác suất Student-t và hai hình bên dưới sử dụng giả định phân phối xác suất SGE. Có thể thấy, phương pháp tham số phản ứng tốt với các biến động của thị trường so với hai phương pháp trên khi kết quả dự báo VaR và ES bám sát so với phân phối thực của tỷ lệ sinh lời.

Hình 4: Dự báo VaR và ES cho khung thời gian 10 ngày với phương pháp tham số



Nguồn: Tính toán của tác giả

4.3. Kết quả kiểm định dự báo VaR và ES

4.3.1. Kiểm định tuyệt đối

Bảng 3 thể hiện kết quả kiểm định tuyệt đối dự báo VaR và ES với phân vị 1% và 5% cho VN-Index và HNX-Index với khung thời gian 10 ngày. Trong bảng là giá trị p-value của các kiểm định ứng với mô hình ở hàng và kiểm định cho phân vị ở cột. Cột “Vi phạm” thể hiện số lần mô hình vi phạm giả thuyết gốc và cho thấy kết quả dự báo VaR/ES không đạt điều kiện với độ tin cậy 95%. Cột “Tổng vi phạm” tổng hợp số lần mà một mô hình vi phạm các kiểm định ở các ngưỡng phân vị cho cả VN-Index và HNX-Index. Giá trị của hai cột này càng nhỏ thì mô hình càng đáng tin cậy.

Kết quả kiểm định dự báo VaR cho thấy các mô hình đều gặp khó khăn trong việc đưa ra số lần vi phạm dự báo VaR gần đúng với giá trị kỳ vọng của phân vị. Một trong những lý do cho vấn đề này có thể do số lượng quan sát tương đối nhỏ ở tệp dự báo (300 quan sát cho VN-Index và 296 quan sát cho HNX-Index). Tuy vậy, tổng hợp các dự báo ở các phân vị ở cả hai chỉ số thì mô hình Midas-Sav và mô hình Gjr-Sge cho kết quả dự báo tương đối tốt với tổng số vi phạm kiểm định chỉ ở mức 2 trên 8. Trong đó, mô hình Midas-Sav không bị vi phạm bất cứ kiểm định nào ở HNX-Index, trong khi mô hình Gjr-Sge chỉ bị vi phạm 1 lần cho mỗi thị trường. Ở chiều ngược lại, các mô hình bán tham số dựa trên mô hình CAViaR hay mô hình tham số dựa trên giả định phân phối xác suất Student-t không mang lại kết quả dự báo tốt hơn đáng kể so với phương pháp mô phỏng lịch sử.

Bảng 1: Kết quả kiểm định dự báo VaR và ES

Phần A: Kiểm định dự báo VaR											
	VN-Index					HNX-Index					Tổng vi phạm
	UC 0,01	0,05	DQ 0,01	0,05	Vi phạm	UC 0,01	0,05	DQ 0,01	0,05	Vi phạm	
Hist1250	0,125	0,44	0,001*	0,000*	2	0,278	0,752	0,001*	0,001*	2	4
Hist250	0,000*	0,015*	0,000*	0,002*	4	0,000*	0,119	0,000*	0,020*	3	7
Cav-Sav	0,001*	0,082	0,000*	0,000*	3	0,001*	0,042*	0,000*	0,000*	4	7
Cav-As	0,000*	0,049*	0,000*	0,000*	4	0,001*	0,001*	0,000*	0,000*	4	8
Midas-Sav	0,016*	0,793	0,000*	0,148	2	0,564	0,441	0,457	0,122	0	2
Midas-As	0,016*	0,44	0,000*	0,031*	3	0,119	0,289	0,065	0,236	0	3
Garch-Std	0,000*	0,049*	0,000*	0,000*	4	0,005*	0,002*	0,008*	0,006*	4	8
Gjr-Std	0,001*	0,049*	0,001*	0,001*	4	0,001*	0,007*	0,001*	0,018*	4	8
Garch-Sge	0,056	0,44	0,000*	0,008*	2	0,055	0,003*	0,008*	0,008*	3	5
Gjr-Sge	0,125	0,604	0,449	0,015*	1	0,075	0,013*	0,214	0,064	1	2

Phần B: Kiểm định dự báo ES

	VN-Index					HNX-Index					Tổng vi phạm
	UES 0,01	0,05	CES 0,01	0,05	Vi phạm	UES 0,01	0,05	CES 0,01	0,05	Vi phạm	
Hist1250	0,869	0,565	0,000*	0,000*	2	0,169	0,211	0,022*	0,004*	2	4
Hist250	0,031*	0,050*	0,008*	0,001*	3	0,030*	0,015*	0,031*	0,037*	4	7
Cav-Sav	0,105	0,412	0,003*	0,086	1	0,286	0,008*	0,010*	0,000*	3	4
Cav-As	0,121	0,391	0,001*	0,263	1	0,017*	0,039*	0,003*	0,000*	4	5
Midas-Sav	0,075	0,248	0,014*	0,000*	2	0,406	0,096	0,753	0,266	0	2
Midas-As	0,047*	0,142	0,001*	0,001*	3	0,209	0,015*	0,197	0,2	1	4
Garch-Std	0,234	0,033*	0,258	0,028*	2	0,846	0,056	0,495	0,143	0	2
Gjr-Std	0,026*	0,256	0,456	0,109	1	0,031*	0,108	0,408	0,231	1	2
Garch-Sge	0,191	0,052	0,191	0,036*	1	0,010*	0,522	0,494	0,239	1	2
Gjr-Sge	0,010*	0,511	0,925	0,222	1	0,003*	0,69	0,863	0,388	1	2

Nguồn: Tác giả tự tính toán

Đối với dự báo ES, các mô hình dự báo cho kết quả tương đối tương đồng. Mô hình Midas-Sav và mô hình Gjr-Sge tiếp tục nằm trong nhóm mô hình có kết quả dự báo tốt nhất khi chỉ bị vi phạm 2 trên 8 kiểm định. Mô hình Midas-Sav tiếp tục cho thấy khả năng dự báo VaR và ES tốt ở chỉ số HNX-Index, trong khi đó, mô hình Gjr-Sge cho thấy tính ổn định trong dự báo ở cả hai chỉ số.

4.3.2. Kiểm định tương đối

Bảng 2: Kết quả kiểm định tương đối dự báo VaR và ES

	VN-Index				HNX-Index			
	L_Q 0,01	0,05	L_{FZ} 0,01	0,05	L_Q 0,01	0,05	L_{FZ} 0,01	0,05
Hist1250	17,812	54,509	-0,452	-1,141	20,487	73,128	-0,494	-0,859
Hist250	23,114	52,325	1,189	-0,925	24,329	69,945	1,228	-0,574
Cav-Sav	22,872	53,951	2,353	-0,722	22,083	71,905	0,987	-0,405
Cav-As	23,691	56,715	2,445	-0,431	26,938	78,689	1,782	0,094
Midas-Sav	22,383	53,138¹	0,480	-1,139	18,869	67,001	-0,585	-0,986
Midas-As	20,506	54,031	-0,168	-1,084	23,736	71,725	-0,069	-0,84
Garch-Std	17,571	55,222	-0,641	-1,065	20,741	68,858	-0,603	-0,927
Gjr-Std	$14,870^2$	53,514	$-0,875^2$	$-1,161^2$	19,6882	67,765	-0,733	-0,979
Garch-Sge	16,704	55,236	-0,783	-1,139	$17,840^2$	$66,786^2$	$-0,847^2$	$-1,021^2$
Gjr-Sge	14,762¹	$53,430^2$	-0,932¹	-1,208¹	17,301¹	66,534¹	-0,889¹	-1,042¹

Nguồn: Tác giả tự tính toán

Bảng 4 thể hiện kết quả của kiểm định tương đối với dự báo VaR và ES. Các giá trị trong Bảng thể hiện giá trị bình quân của hàm sai biệt L_Q và L_{FZ} . Ở mỗi cột, mô hình cho giá trị hàm sai biệt nhỏ nhất được in

đậm, mô hình xếp thứ hai được in nghiêng. Có thể thấy, mô hình Gjr-Sge cho kết quả dự báo sát nhất phân phối xác suất thực tế của tỷ lệ sinh lời khi cho giá trị hàm sai biệt nhỏ nhất ở 7 trên 8 kiểm định. Mô hình tham số khác là Garch-Sge cũng cho kết quả dự báo tốt với giá trị hàm sai biệt thường xếp thứ hai, đặc biệt là với chỉ số HNX-Index. Mô hình Midas-Sav mặc dù cho khả năng dự báo tương đối tốt, nhưng các giá trị hàm phân vị thường cao hơn so với phương pháp tham số với phân phối xác suất Sge. Điều này cho thấy, phương pháp bán tham số có xu hướng dự báo quá mức rủi ro của tỷ lệ sinh lời với khung thời gian 10 ngày so với phương pháp tham số.

Tóm lại, kết quả thực nghiệm cho thấy mô hình Gjr-Sge với giả định phân phối xác suất tỷ lệ sinh lời của chỉ số giá chứng khoán theo phân phối SGE mang lại kết quả dự báo VaR và ES với khung thời gian 10-ngày ổn định và phù hợp nhất đối với trường hợp của hai chỉ số chứng khoán của Việt Nam là VN-Index và HNX-Index. Kết quả này là tương đồng với kết quả của Degiannakis và Potamia (2017).⁴

5. Kết luận

Bài nghiên cứu này so sánh khả năng dự báo VaR và ES với khung thời gian 10-ngày của đa dạng các phương pháp dự báo cho thị trường chứng khoán Việt Nam với các mức phân vị khác nhau. Kết quả cho thấy mô hình Gjr-Sge với giả định phân phối có điều kiện theo phân phối SGE cho kết quả dự báo ổn định và chính xác nhất đối với cả VaR và ES với khung thời gian 10-ngày cho thị trường chứng khoán Việt Nam. Điều này cho thấy tầm quan trọng của việc ghi nhận tính không chuẩn trong tỷ lệ sinh lời của giá chứng khoán trên thị trường Việt Nam trong các mô hình đo lường và dự báo rủi ro. Kết quả nghiên cứu này có thể mang tính ứng dụng đối với việc áp dụng các mô hình dự báo giá trị chịu rủi ro trong tính toán yêu cầu vốn tối thiểu cho rủi ro thị trường tại các ngân hàng trong bối cảnh ứng dụng hiệp ước vốn Basel II và hiệp ước Basel III trong tương lai.

Nghiên cứu này còn tồn tại hai hạn chế như sau. Thứ nhất, do hạn chế về số liệu, các quan sát trong tệp dữ liệu không cao có thể dẫn tới tính vững của các kiểm định (300 dự báo với VN-Index và 296 dự báo với HNX-Index), đặc biệt là các kiểm định thống kê. Thứ hai, tác giả mới tiến hành kiểm định khả năng dự báo của các phương pháp với hai chỉ số chứng khoán đại diện cho thị trường chứng khoán Việt Nam nhưng chưa thực hiện được với biến động của các phiếu riêng lẻ. Tác giả kỳ vọng sẽ khắc phục hai hạn chế này trong các nghiên cứu trong tương lai.

Chú thích:

1. Ví dụ, mô hình hỗn hợp cho phép áp dụng trọng số lên tỷ lệ sinh lời ở khung thời gian 1 ngày để trực tiếp dự báo VaR cho khung thời gian 10-ngày. Trong khi đó, mô hình CAViaR yêu cầu tất cả các quan sát tỷ lệ sinh lời đều ở cùng khung thời gian là 10-ngày.

2. Bộ code để ước lượng các mô hình này có thể tìm thấy ở <https://github.com/TrungLeVn/SgtAcid>

3. Do giới hạn về độ dài, tác giả chỉ cung cấp mô tả dự báo VaR và ES của chỉ số VN-Index với mức phân vị 5% cho các phương pháp dự báo.

4. Để kiểm định tính vững của kết quả, tác giả thực hiện so sánh dự báo từ các mô hình cho giai đoạn Covid-19 (với các quan sát sau ngày 01/01/2020). Kết quả cho thấy khả năng dự báo giá trị VaR và ES của các mô hình đều suy giảm do mức độ rủi ro gia tăng của giai đoạn Covid-19. Tuy nhiên, kết quả cho thấy GJR-SGE vẫn là mô hình có khả năng dự báo tốt nhất đối với cả kiểm định tuyệt đối và tương đối. Do giới hạn về độ dài, kết quả này có thể được cung cấp thông qua liên hệ với tác giả.

Tài liệu tham khảo

Basel Committee on Banking Supervision (2019), *Minimum Capital Requirements for Market Risk*, Technical Report, <https://www.bis.org/bcbs/publ/d457.htm>.

Berkowitz, J., Christoffersen, P., & Pelletier, D. (2011), 'Evaluating value-at-risk models with desk-level data', *Management Science*, 57(12), 2213-2227.

Bollerslev, T. (1987), 'A conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return', *The*

review of economics and statistics, 69(3), 542-547.

- Brownlees, C., Engle, R., & Kelly, B. (2011), 'A practical guide to volatility forecasting through calm and storm', *The Journal of Risk*, 14(2), 3-22.
- Degiannakis, S., & Potamia, A. (2017), 'Multiple-days-ahead value-at-risk and expected shortfall forecasting for stock indices, commodities and exchange rates: Inter-day versus intra-day data', *International Review of Financial Analysis*, 49, 176-190.
- Engle, R. F. (2011), 'Long-term skewness and systemic risk', *Journal of Financial Econometrics*, 9(3), 437-468.
- Engle, R. F., & Manganelli, S. (2004), 'CAViaR: Conditional autoregressive value at risk by regression quantiles', *Journal of business & economic statistics*, 22(4), 367-381.
- Fama, E. F., & French, K. R. (2018), 'Long-horizon returns', *The Review of Asset Pricing Studies*, 8(2), 232-252.
- Fissler, T., Ziegel, J. F., & Gneiting, T. (2015), 'Expected Shortfall is jointly elicitable with Value at Risk-Implications for backtesting', *arXiv preprint arXiv:1507.00244*.
- Ghysels, E., Santa-Clara, P., & Valkanov, R. (2006), 'Predicting volatility: getting the most out of return data sampled at different frequencies', *Journal of Econometrics*, 131(1-2), 59-95.
- Giacomini, R., & Komunjer, I. (2005), 'Evaluation and combination of conditional quantile forecasts', *Journal of Business & Economic Statistics*, 23(4), 416-431.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993), 'On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks', *The journal of finance*, 48(5), 1779-1801.
- Gneiting, T. (2011), 'Making and evaluating point forecasts', *Journal of the American Statistical Association*, 106(494), 746-762.
- Jiang, K., Zeng, L., Song, J., & Liu, Y. (2022), 'Forecasting Value-at-Risk of cryptocurrencies using the time-varying mixture-accelerating generalized autoregressive score model', *Research in International Business and Finance*, 61, 101634.
- Koenker, R., & Bassett Jr, G. (1978), 'Regression quantiles', *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 48(1), 33-50.
- Kupiec, P. H. (1995), 'Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models', *The Journal of Derivatives*, 3(2), 73-84.
- Lê Hải Trung & Nguyễn Thị Mai Trang (2020), 'Các phương pháp đo lường giá trị chịu rủi ro: Ứng dụng cho Việt Nam', *Tạp chí Khoa học và Đào tạo Ngân hàng*, 221, 50-58.
- Lê Hải Trung (2020), 'Forecasting value at risk and expected shortfall with mixed data sampling', *International Journal of Forecasting*, 36(4), 1362-1379.
- McNeil, A. J. & Frey, R. (2000), 'Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach', *Journal of Empirical Finance*, 7(3-4), 271-300.
- Neuberger, A. (2012), 'Realized skewness. *Review of Financial Studies*, 25(11), 3424-3455.
- Nieto, Maria Rosa & Esther Ruiz. (2016), 'Frontiers in VaR Forecasting và Backtesting', *International Journal of Forecasting*, 32(2), 475-501.
- Novalés, A. and García-Jorcano, L. (2018), 'Backtesting extreme value theory models of expected shortfall', *Quantitative Finance*, 18(1), 1-27.
- Patton, A. J., Ziegel, J. F., & Chen, R. (2019), 'Dynamic semiparametric models for expected shortfall (and value-at-risk)', *Journal of econometrics*, 211(2), 388-413.
- Slim, S., Koubaa, Y., & BenSaida, A. (2017), 'Value-at-Risk under Lévy GARCH models: Evidence from global stock markets', *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 46, 30-53.
- Taylor, J. W. (2019), 'Forecasting value at risk and expected shortfall using a semiparametric approach based on the asymmetric Laplace distribution', *Journal of Business & Economic Statistics*, 37(1), 121-133.
- Theodossiou, P. (2015), 'Skewed generalized error distribution of financial assets and option pricing', *Multinational Finance Journal*, 19(4), 223-266.